UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

INSTITUTO DE MATEMATICA E ESTATISTICA

DEPARTAMENTO DE ESTATISTICA

“Lyncoln Sousa de Oliveira”

“**Comparando modelos de séries temporais para a previsão de médias mensais de vazão de afluentes da Usina Hidrelétrica de Itá**”

Trabalho apresentado à disciplina Análise de

Séries Temporais do Curso de Graduação em

Estatística da Universidade Federal Fluminense

como requisito parcial para obtenção da nota

final da disciplina.

PROFESSOR

MOISÉS LIMA DE MENEZES, D.Sc.

Niterói

2018

**SUMÁRIO**

[1. Introdução 3](#_Toc26891158)

[1.1. Contextualização 3](#_Toc26891159)

[1.2. Revisão Bibliográfica 3](#_Toc26891160)

[1.3. Proposta 4](#_Toc26891161)

[1.4. Estrutura do trabalho 4](#_Toc26891162)

[2. Materiais e Métodos 4](#_Toc26891163)

[2.1. Séries Temporais 5](#_Toc26891164)

[2.2 Testes de hipótese para avaliar o comportamento de séries temporais 5](#_Toc26891165)

[2.2.1 Teste de Normalidade 5](#_Toc26891166)

[2.2.2 Teste de Estacionariedade 6](#_Toc26891167)

[2.3 Modelo de Holt-Winters 7](#_Toc26891168)

[2.3.1 Holt-Winter com tendência linear e sazonalidade aditiva 7](#_Toc26891169)

[2.3.2 Holt-Winter com tendência linear e sazonalidade aditiva com damped trend 7](#_Toc26891170)

[5. Conclusões 8](#_Toc26891171)

[6. Referências 8](#_Toc26891172)

# 1. Introdução

Atualmente a eletricidade tem um papel fundamental para a sociedade de forma geral, por esse motivo é fundamental estudar maneiras de otimizar sua geração. Para a sua produção, existem meios que utilizam fontes renováveis e não renováveis[1].

No Brasil, a principal forma de produção de energia elétrica é feita através das usinas hidrelétricas, que são responsáveis por cerca de 90% de toda energia produzida no país[2]. Por conta da geografia favorável que conta com muitos rios e desníveis, a produção de energia através das usinas hidrelétricas se torna um método econômico e prático para o Brasil.

Com o aumento populacional, industrialização e o avanço da tecnologia, a energia elétrica se tornou cada vez mais necessária para sociedade, assim tornando cada vez mais importante a produção e otimização nas usinas[3].

Por esses motivos o Brasil é muito prejudicado em períodos de seca, tendo em vista que a necessidade da energia elétrica tende a crescer e quando não há chuva as hidrelétricas não operam com força total.

## 1.1. Contextualização

A potência das usinas hidrelétricas é proporcional à vazão de água disponível para movimentas as turbinas. A vazão é medida em determinados pontos dos rios das diversas bacias hidrográficas. A série das medições de cada ponto forma um conjunto de dados, que podem ser horários, diários ou mensais. Para um planejamento adequado sobre a distribuição de energia é necessário que se tenha um controle preciso da vazão de afluentes das usinas hidrelétricas[4].

O estudo das vazões de afluentes possibilita o entendimento do comportamento do ciclo hidrológico que afeta os rios e as bacias hidrográficas que alimentam as hidrelétricas. Assim é possível reconhecer períodos de precipitação, anomalias climáticas e outros eventos que venham influencias a geração de energia da usina.

Após a coleta de dados das vazões de afluentes, é possível realizar estudos para obter previsões com objetivo de avaliar condições operacionais futuras das hidrelétricas, o que é importante para otimização do desempenho na geração de energia.

Para um planejamento adequado sobre a distribuição de energia é necessário que se tenha um controle da vazão de afluentes das usinas hidrelétricas.

No Brasil existe o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) que é o órgão responsável pela regularização, gestão e otimização do Sistema Interligado Nacional (SIN) de geração de energia[5].

## 1.2. Revisão Bibliográfica

Para confecção deste trabalho foram utilizados alguns outros como referência. São pesquisas que envolvem séries temporais ligadas ao tema de produção de energia elétrica. São estes:

Menezes et al. (2014) utilizam a filtragem Singular Spectrum Analysis (SSA) em uma série de consumo de energia e aplica os métodos de Holt-Winters e de Box & Jenkins para modelar a série sem e com a filtragem. Neste artigo, os autores concluem que a filtragem melhora a acurácia das previsões [3].

Camelo et al. (2016) utilizaram séries temporais para modelar a velocidade de vento para região litorânea no nordeste brasileiro, utilizando o método aditivo de Holt-Winters para a previsão de geração de energia eólica [6].

Pinto et al. (2015) apresentam uma análise comparativa de modelos de séries temporais das vazões médias mensais do rio doce utilizando modelos estocásticos da classe SARIMA [7].

## 1.3. Proposta

A proposta desse trabalho é realizar modelagens de séries temporais baseadas nos modelos de Holt-Winters e Box & Jenkins. Com os modelos criados, será necessário escolher aquele que melhor representa os dados, essa escolha será feita com auxílio das estatísticas de aderência (MAD, MSE, RMSE, entre outras).

Com o melhor modelo em mãos, será possível realizar uma boa previsão de 12 meses à frente de médias mensais de vazões de afluentes na usina hidroelétrica de Itá.

## 1.4. Estrutura do trabalho

Este trabalho está organizado como no seguinte molde, no capítulo 2 serão apresentados os materiais e métodos, dando enfoque aos modelos de amortecimento exponencial de Holt-Winters e os modelos de Box-Jenkins, bem como as estatísticas de aderência a serem utilizadas.

No capítulo 3 será realizado o estudo do caso, isto é, são dadas informações sobre a série utilizada, o método in sample e out of sample, os softwares utilizados, a representação gráfica da série e algumas medidas descritivas.

No capítulo 4 são apresentadas as quantidades de observações in sample e out of sample, os resultados das predições, e as análises de resíduos do modelo SARIMA.

No capítulo 5, são mostradas as conclusões chegadas à cerca das comparações das estatísticas de aderência dos modelos, apontando o modelo escolhido com o melhor ajuste para a série.

# 2. Materiais e Métodos

Nesta seção serão apresentadas definições básicas sobre séries temporais e conceitos importantes, tais como os modelos que serão usados (Holt-Winters e SARIMA), testes para verificação de hipóteses básicas para utilização do modelo SARIMA e estatísticas de aderência para escolha do melhor modelo para representar os dados observados.

## 2.1. Séries Temporais

Para descrever o que é formalmente uma série temporal primeiramente é preciso introduzir os conceitos de v.a (variável aleatória) e processos estocásticos.

**Definição 2.1** Uma **Variável Aleatória** é qualquer função X real sobre Ω. Isto é:

X: Ω → ℝ

Tal que, dado x ∈ R qualquer ω → X (ω); o evento (X ≤ x) = {ω ∈ Ω : X (ω) ≤ x} [8].

**Definição 2.2** Seja T um conjunto arbitrário. Um **Processo Estocástico** é uma família Z = {Z (t), t ∈ T}, tal que, para cara t ∈ T (t) é uma variável aleatória [8].

**Definição 3.3** Uma Série Temporal é uma coleção de observações {} de um processo estocástico e que estão ordenadas em intervalos regulares de tempo [8].

## 2.2 Testes de hipótese para avaliar o comportamento de séries temporais

Antes de introduzir os testes de hipóteses é necessário apresentar alguns conceitos importantes, como estacionariedade e como uma série pode ser decomposta.

Uma série temporal é dita estacionária quando ela se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável [9].

Uma série pode ser decomposta como uma soma de três componentes não-observáveis, essas são: tendência, sazonalidade e um erro aleatório [8].

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |
|  |  |  |

Na equação (1) representa tendência, a sazonalidade e ruído branco.

Para a confecção de alguns modelos de séries temporais, como por exemplo os da família Box & Jenkins é necessário que a série seja estacionária e que os ruídos apresentem uma distribuição normal. Por esse motivo é importante verificar essas condições através de testes de hipóteses.

### 2.2.1 Teste de Normalidade

Existem vários testes de hipóteses para a verificação de normalidade de dados, nesse trabalho utilizaremos o teste de **Shapiro-Wilk.** Proposto em 1965 por Shapiro e Wilk, é baseado nas seguintes hipóteses:

A estatística de teste é dada por:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2) |

Onde são os valores amostrais ordenados e ***b*** é uma constante definida da forma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3) |

Onde são constantes geradas pelas médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra de tamanho n de uma distribuição Normal [11].

### 2.2.2 Teste de Estacionariedade

Grande parte dos recursos para séries temporais foram elaborados utilizando o conceito de estacionariedade nas séries. Uma forma geral para analisar este fato é fazendo um estudo da existência de alguma raiz dos operadores retardados dentro do círculo unitário, denominada simplesmente por raiz unitária [11].

Um teste para verificar a existência de raiz unitária é o **teste de Dickey-Fuller Aumentado** que é conhecido na literatura como teste ADF (Augmented Dickey-Fuller) e requer o estudo sobre a seguinte regressão:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |

Onde:

* ;
* ;
* ;
* ;

Hipóteses do teste são dadas por:

A estatística de teste é da forma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |

Onde:

Existe uma maneira visual para verificar a existência estacionariedade na série que é pela a observação do correlograma. Se no gráfico apresentar autocorrelações amostrais que diminuem gradualmente, tem-se um indicativo de não estacionariedade na série.

# 2.3 Modelos de Holt-Winters

Modelos de suavização é uma grande classe de métodos de previsão que se baseiam na ideia de que observações passadas contêm informações sobre o padrão da série temporal. O propósito dos métodos é distinguir um padrão de comportamento de qualquer outro ruído que possa estar contido nas observações da série e então usar esse padrão para prever valores futuros da série [12].

Dentre os modelos de suavização temos os Holt-Winter com tendência linear e sazonalidade aditiva e Holt-Winter com sazonalidade aditiva com damped trend.

## 2.3.1 Holt-Winter com tendência linear e sazonalidade aditiva

Hiperparâmetros:

Equações de atualização:

1. Estimação de
2. Estimação de
3. Estimação de

Equação de previsão:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (6) |

## 2.3.2 Holt-Winter com tendência linear e sazonalidade aditiva com damped trend

Hiperparâmetros:

Equações de atualização:

1. Estimação de
2. Estimação de
3. Estimação de

Equação de previsão:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (6) |

# 5. Conclusões

Aqui, você retoma o problema colocado no início e fala do que foi feito. Em seguida comenta sobre os resultados apresentados e conclui revelando o melhor modelo encontrado e em que situação em que se encontrava sua série neste modelo.

# 6. Referências

[1]<https://www.portal-energia.com/fontes-de-energia/>

[2] <https://www.sogeografia.com.br/Conteudos/GeografiaFisica/Hidrografia/content3_6.php>

[3] Menezes, M. L, Cassiano, K. M., Souza, R. M., Junior, L. A. T., Pessanha, J. F. M. e Souza, R. C. (2014). Modelagem e Previsão de Demanda de Energia com Filtragem SSA. *Revista da Estatística UFOP.* 3(2), pp. 170 – 187.

[4] <http://www.antonioguilherme.web.br.com/Arquivos/vazao.php>

[5] <http://www.ons.org.br/>

[6] <https://revistas.ufpr.br/rber/article/view/48582/pdf>

[7] ANÁLISE COMPARATIVA DE MODELOS DE SÉRIES TEMPORAIS PARA MODELAGEM E PREVISÃO DE REGIMES DE VAZÕES MÉDIAS MENSAIS DO RIO DOCE, COLATINA - ESPÍRITO SANTO, de Pinto et al.

[8] Pedro A. Morettin e Clelia M.C. Toloi - Analise de Series Temporais.

[9] <http://www.portalaction.com.br/series-temporais/11-estacionariedade>

[10] <http://www.portalaction.com.br/inferencia/64-teste-de-shapiro-wilk>

[11] <http://www.portalaction.com.br/series-temporais/14-testes-de-estacionariedade>

[12] <http://www.portalaction.com.br/series-temporais/modelos-de-suavizacao-exponencial>